

基于地质统计学方法的孔压静力触探锥尖阻力 固有空间变异性研究

邹海峰, 蔡国军, 刘松玉, 林 军

(东南大学 岩土工程研究所, 江苏 南京 210096)

摘 要: 地质统计学是用于模拟土体固有空间变异性的方法之一, 以变差函数为工具, 采用 Kriging 插值提供未采样点处土工参数值的最优线性无偏估计。将地质统计学方法应用于宿-新(宿迁至新沂)高速公路某试验段内孔压静力触探(piezcone penetration test, CPTU)锥尖阻力 q_t 空间变异性研究中, 采用回归分析移除数据中的趋势项, 从而获得具有弱平稳性的残差数据。指数型理论变差函数能够准确描述试验段内土体的连续空间变异性特征。根据估计结果, 试验段内锥尖阻力 q_t 残差的变程具有显著各向异性, 在水平方向和竖直方向分别为 4.05 m 和 1.2 m。采用普通 Kriging 插值结合趋势分析, 绘制了 q_t 在试验段的空间分布图和平面投影图, 用于指导工程实践。结果表明, 普通 Kriging 插值的估计结果能够与试验段内实测资料形成较好的对比, 仅仅在部分极值变化和远离采样点的位置处估计值可靠性会降低。

关 键 词: 地质统计学; 变差函数; Kriging 插值; 空间变异性; 孔压静力触探试验(CPTU)

中图分类号: TU 413

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598-(2015)增1-0403-06

Research on modeling inherent spatial variability of piezocone penetration test cone tip resistance based on geostatistics

ZOU Hai-feng, CAI Guo-jun, LIU Song-yu, LIN Jun

(Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract: Geostatistics is one of the most powerful techniques for modeling the inherent spatial variability of soil properties. In geostatistics, the semivariogram is utilized to describe the continuous variation characteristics and then the Kriging interpolation is applied to provide the best linear unbiased estimates of soil properties. Geostatistics is used to model the inherent spatial variability of piezocone penetration test(CPTU) cone tip resistance q_t in a testing section of Suqian-Xinyi Expressway for site characterization. First of all, theoretical background of the geostatistics involving constructing experimental semivariogram, theoretical semivariogram fit and Kriging prediction is reviewed briefly. Least square regression analysis is performed to remove the linear trend function within the q_t data to generate the weak stationary residuals. It is found that exponential theoretical semivariogram can accurately describe the correlation structure and variability of the residuals at this site. Significant anisotropy is observed in the correlation structure of q_t residuals. Results show that the vertical range is about 1.2 m while the horizontal range is 4.05 m for q_t at this site. The distribution map of q_t data at the target site is obtained using ordinary Kriging interpolation and compared with in-situ measurement data. It is concluded that the Kriging estimates are comparable to the measurements at this site. However, the reliability of estimates may decrease at the locations corresponding to peak values and those far away from observations. This research can improve the reliability of geotechnical design in practice since the inherent spatial variability of q_t data is accurately evaluated.

Keywords: geostatistics; variogram; Kriging interpolation; spatial variability; piezocone penetration test(CPTU)

1 引 言

岩土工程可靠度设计建立在对土体固有空间变

异性的客观、准确评价基础之上^[1-3]。地质统计学模型是模拟土体固有空间变异性的一种有效方法, 最初应用于采矿工程中, 其后扩展至各类工程学中。

收稿日期: 2015-03-06

基金项目: 国家自然科学基金(No.41330641, No.41202203); 国家科技支撑计划项目(No.2012BAJ01B02); 教育部新世纪优秀人才支持计划(No.NCET-13-0118); 江苏省杰出青年基金(No.BK20140027); 全国优秀博士学位论文作者专项资助项目(No.201353); 中央高校基本科研业务费(No.2242013R30014)。

第一作者简介: 邹海峰, 男, 1988 年生, 博士研究生, 从事现代原位测试技术、空间变异性分析和可靠度设计等方面的研究。E-mail: zhf0728@gmail.com

目前地质统计学已经成为岩土工程空间变异性分析中常用的方法之一, Jones 等^[4]将不同孔压静力触探 CPTU 参数的地质统计学理论变差函数模型参数进行了汇总, 包括锥尖阻力、侧壁摩阻力和孔隙水压力, 给出了模型参数的经验取值范围。Dawson 等^[5]将地质统计学应用美国 Northridge 两个冲积相地区的液化评估中, 根据标准贯入试验 (SPT) 结果, 估算了液化概率的空间分布规律。Murakami 等^[6]将地质统计学方法应用于获取日本北 Kanto 平原的地面沉降大小分布图。Lee 等^[7]采用地质统计学方法评价了次压缩系数的空间不确定性。Saftner 等^[8]将地质统计学方法用于定量评价 Indiana 西南部某地区 CPT 锥尖阻力的空间变异性。Dasaka 等^[9]采用地质统计学结合随机场理论, 分析了香港风化土地区决定桩基础深度取值的 3 项关键指标空间变异性特征。

受到设计成本的限制, 常规工程中难以获得大量具有代表性的原状试样, 使得设计参数的空间变异性分析受到样本容量的限制。孔压静力触探 (CPTU) 是一种高精度原位测试技术^[10-11], 具有快速、经济和高重复性等优点, 非常适合于土体固有空间变异性分析。本文以宿—新高速公路建设为工程背景, 进行了 CPTU 测试, 采用地质统计学方法模拟了锥尖阻力 q_t 的固有空间变异性。宿—新高速沿线广泛分布粉土和粉质砂土, 受到历史上废黄河演变导致沉积环境变化的影响, 其工程性质复杂多变, 工程设计中应当充分考虑土体强度参数的空间分布规律。本研究有助于提高后续设计的可靠性。

2 地质统计学模型

2.1 变差函数

获得对区域化变量 X 的观测值 $x(z)$ 时, 若空间点 z 只在一维 z 轴上变化, 则将区域化变量 $x(z)$ 在 z , $z+h$ 两点处的值之差的方差之半定义为区域化变量 $x(z)$ 在 z 方向上的实验变差函数, 假设 $N(h)$ 是间距为 h 的所有点对的总数, 则实验变差函数的计算公式^[12]为

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [x(z_i) - x(z_i + h)]^2 \quad (1)$$

式中: $N(h)$ 为步距为 h 数据对的数量; $x(z_i)$ 、 $x(z_i+h)$ 为间距为 h 的 2 个采样点值。

实验变差函数本质上是跟据离散样本获得的非连续分布函数。为得到连续的空间变异性评价, 需要采用理论变差函数对实验变差函数进行拟合。岩

土工程中常用的理论变差函数模型见表 1^[4]。具体的选择取决于实验变差函数的特征。

表 1 常用理论变差函数模型^[4]
Table 1 Typical theoretical semi-variogram models^[4]

模型	表达式	变程
球型	$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + c \left(\frac{3h}{2a} - \frac{h^3}{2a^3} \right), & (0 < h \leq a) \\ c_0 + c, & (h > a) \end{cases}$	a
指数型	$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - e^{-\frac{h}{a}} \right), \quad (h > 0)$	$3a$
高斯型	$\gamma(h) = c_0 + c \left(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}} \right), \quad (h > 0)$	$\sqrt{3}a$
线性	$\gamma(h) = \begin{cases} c_0 + ah, & (0 < h \leq a) \\ c_0 + c, & (h > a) \end{cases}$	a

变差函数有变程、基台值和块金值 3 个模型参数。变程是用来度量空间自相关结构的最大距离, 是变差函数达到某一稳定值时的空间距离^[4]。基台值是变差函数在变程处达到的平稳值, 趋近于样本的方差^[4]。块金值表示区域化变量在小于采样间距 (或称为微尺度) 时非连续变异, 取决于区域化变量的微尺度变异性、采样或统计误差和测试误差^[3, 13]。对多维条件下的地质统计学模型, 可建立各个方向上的变差函数, 从而简便地扩展模型维数。

带有基台值的变差函数计算应用了二阶平稳性 (或弱平稳性) 假设, 若随机变量 $x(z)$ 满足局部尺度下的如下条件: (1) 均值为常量; (2) 自协方差仅仅是观测点之间距离 $|z_j - z_i|$ 的函数, 则可以认为该随机变量具有弱平稳性^[3]。由于岩土工程参数往往表现出随空间坐标变化的规律, 导致数据不满足平稳性假定, 因此需要移除趋势项来获得满足弱平稳性的观测资料。已有大量文献研究了趋势项的选择, 指出趋势项阶数不应当超过二阶, 同时应当保持对数据的客观性^[3]。平稳性可以从变差函数图中看出, 若变差函数持续增大, 不能在基台值附近稳定地波动, 则表明数据不平稳^[3]。

2.2 Kriging 差值

Kriging 插值是根据待估计点周围的已知资料, 以变差函数为工具, 在平稳性假定的基础上, 将待估计点处的参数值表述为变程内所有已知点处参数值的线性加权平均, 对待估计点作出最优 (即估计方差最小)、无偏 (即估计方差的数学期望为 0) 的估计。根据权重系数计算方法的不同, Kriging 插值更进一步分为简单 Kriging、普通 Kriging 和泛 Kriging 等^[14], 其中普通 Kriging 具有计算简便和可

可靠性高而更为常用，本文应用了这一方法。

普通 Kriging 插值假定区域化变量 $x(z)$ 的数学期望为未知常量 $E[x(z)] = m$ ，从而推导出插值加权系数的表达式。假定任一点 z_0 处的估计值^[14]为

$$x^*(z_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i x(z_i) \quad (2)$$

式中： λ_i 为权重系数； $x^*(z_0)$ 为坐标点 z_0 处的估计值； $x(z_i)$ 为已知点 $i=1, 2, \dots, n$ 处的观测值。

根据无偏条件可以推导出^[14]：

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (3)$$

根据最小方差条件，可推导出方程式^[14]：

$$\sum_{i=1}^n \lambda_j \gamma(z_i, z_j) + m = \gamma(z_j, z_0), (j=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

式中： $\gamma(z_i, z_j)$ 为对应于采样点 z_i 和 z_j 的理论变差函数。

结合式 (3) 和式 (4) 可以构成 $n+1$ 个方程，未知量为 n 个权重系数 λ_i 和 1 个均值 m ，矩阵求解如下^[14]：

$$\begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \cdots & \gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \cdots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_0) \\ \gamma(x_2, x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n, x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 试验资料

3.1 工程概况

试验段位于江苏省宿—新高速公路宿迁一标某施工段，地质构造主要为古北东向构造处于活动状态的郯庐断裂带，是一条地震活动带。试验段地貌类型以废黄河堆积冲积平原、堆积波状平原为主，零星分布剥蚀残丘。该地段全为第四系全新统及上、中、下更新统松散沉积物。场区表层为近期人工杂填土及耕值土，其下均为粉土、粉砂，地下水位 3.8 m，试验段土层主要物理指标见表 2。

表 2 试验场地土层的主要物理性质指标
Table 2 Main physical characteristics indexes of soils

层号	名称	层厚 /m	土粒相对密度	黏粒含量 /%	含水率 /%	液限 w_L /%	塑性指数 I_p
①	素填土	1.5	2.71	14.9	22.4	26.2	8.8
②	粉土	3.8	2.70	3.7	24.1	28.1	5.8
③	粉质砂土	9.4	2.69	5.4	33.6	28.7	5.7
④	粉土夹砂 未揭穿	2.68	2.68	5.6	23.6	31.6	11.3

3.2 CPTU 试验

多功能 CPTU 试验采用美国原装进口多功能数字式车载 CPTU 系统，配备了最新的多功能测试探头。探头规格符合国际标准：锥角为 60° ，锥底直径为 35.7 mm，锥底截面积为 10 cm^2 ，侧壁摩擦筒表面积为 150 cm^2 ，孔压测试元件厚 5 mm，位于锥肩位置 (u_2 位置)。贯入速率为 2 cm/s，沿深度每 5 cm 测试 1 组读数。贯入过程中连续测读锥尖阻力 q_t 、侧壁摩擦力 f_s ，孔隙水压力 u_2 。

图 1 为所选择的 5 个 CPTU 的 q_t 测试剖面及相应的坐标。当不同的地质单元未被分开时，空间变异性分析结果将会趋向于高估土体的变异性，同时产生不合理的趋势项估计，导致不平稳的观测资料。第③层粉质砂土土层单元是实践中需要重点考虑的抗液化加固对象，本文中选择该单元为研究对象，深度范围为 5~15 m。

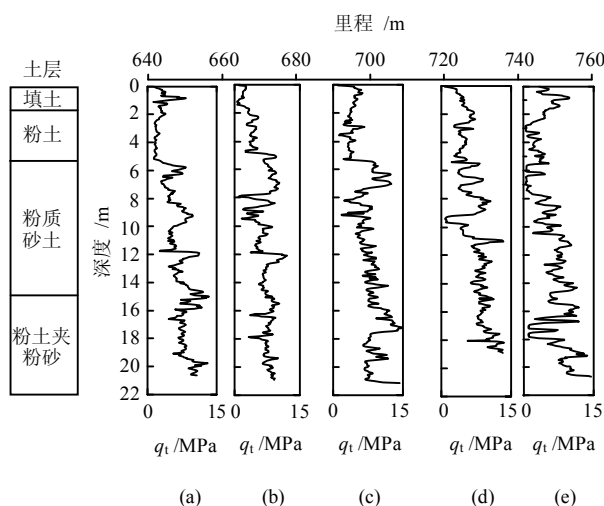


图 1 CPTU 测试剖面与坐标

Fig.1 Piezocone profiles and coordinates

4 地质统计学分析

4.1 趋势项移除

由于 CPTU 剖面在竖直方向上表现出随深度增加而增大的趋势，水平方向上趋势不明显，本文选择移除线性趋势项来获得弱平稳的数据。二维条件下测量值 $Z(s)$ 表达式^[9]为

$$Z(s_i) = m(s_i) + R(s_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 y_i + R(s_i) \quad (6)$$

式中： $m(s_i)$ 为趋势项； $R(s_i)$ 为残差或称为波动分量； s_i 为坐标值，包含常量、 x 、 y 轴 3 项； β 为趋势项系数，采用最小平方根法进行线性回归分析获得。图 2 为宿—新高速公路粉质砂土层 q_t 沿空间的趋势项回归分析结果，其趋势项方程为

$$m(s) = 3.08 + 0.0025x + 0.209y \quad (7)$$

式中: x 为里程坐标; y 为深度坐标。

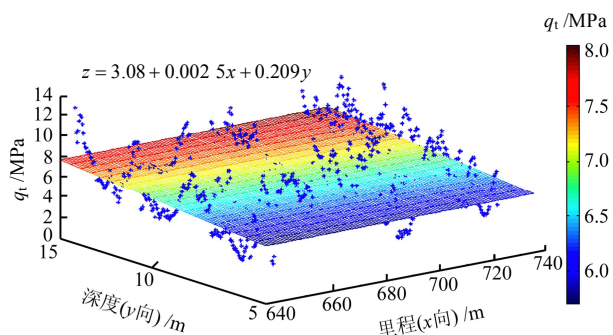


图2 CPTU 测试剖面的线性趋势项移除
Fig.2 Linear trend removal on CPTU profiles

从图2中可以看出, CPTU 锥尖阻力 q_t 具有随深度增加而增大的趋势, 沿里程方向趋势并不明显, 这一结果并未超出意料, 因为趋势项的存在具有一定的物理意义^[3]。在深度方向, 随着围压的增加, 土体强度参数趋向于增大, q_t 具有明显的增大趋势; 在水平方向上, 同一土层大致经历了类似的沉积作用, 趋于具有类似的强度特征。

4.2 变差函数拟合

对移除趋势项之后的残差进行分析, 计算其实验变差函数。图3为4种理论变差函数模型对竖向实验变差函数的拟合结果。指数型模型对本文研究数据给出了最优拟合度, 采用该模型建立地质统计学的理论变差函数, 公式为

$$\gamma(h) = 0.01 + 4.45(1 - \exp(-h/0.35)), (h > 0) \quad (8)$$

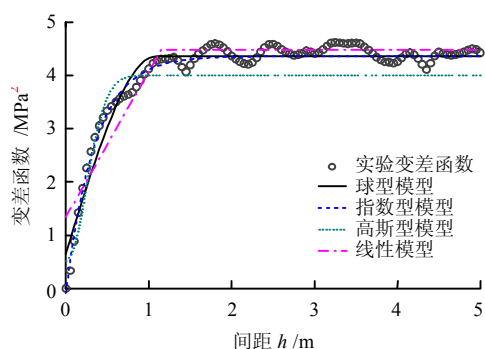


图3 CPTU 残差剖面的变差函数计算及拟合
Fig.3 Curves fitting for semivariogram of CPTU residuals

从图3中可以看出, 间距 $h < 1.05$ m 时, 实验变差函数逐渐增大; $h > 1.05$ m 后, 在 $\gamma = 4.45 \text{ MPa}^2$ 附近稳定地上下波动, 可以认为残差中不再包含趋势项, 表现出弱平稳性, 故线性趋势项的移除是可以接受的。根据曲线拟合结果, 残差的块金值为 0.01, 趋近于 0, 表明在竖直方向上采样误差和 q_t

的测试误差非常小。竖直方向的变程为 $3a = 1.05$ m, 表明宿迁粉土 q_t 资料在 1.05 m 的竖向间距范围内, 数据具有较强的自相关性, 而超过该范围则几乎不存在自相关特征。同时这一数值落在 Jones 等^[4]推荐的取值范围之内, 符合文献资料。

水平方向, 由于 CPTU 钻孔数量有限, 难以直接采用实验变差函数和理论变差函数拟合方法进行计算, 采用邻域的方法进行估算。设置水平方向的容差角为 30° , 则沿 x 轴方向 $\pm 30^\circ$ 范围内的数据均可认为是处于水平方向, 从而可以获得多组不同间距时的实验变差函数值。邻域的概念在地质统计学中已经得到广泛应用^[14], 以克服采样间距不等和采样不规则的问题。同样利用曲线拟合方法, 得到水平方向的变程为 4.05 m。注意到水平方向的变程大约为竖直方向的 4 倍, 表明试验段内土体的空间自相关结构具有显著的各向异性, 而竖直方向上变异性的变化速率要远远高于水平方向, 这也与以往的研究成果相符合^[4]。

4.3 Kriging 插值

根据残差剖面得到空间变异性特征之后, 即可采用普通 Kriging 插值预测空间中未采样点处的土体工程性质的残差值, 然后与趋势项相加, 得到土工参数空间分布的最优线性无偏估计。

图4为研究区域内 q_t 值的空间分布规律, 图5为相应的二维投影图。图中, 不连续的数据点为实测资料。从图中可以看出, 整体上 q_t 仍然服从随深度增加而增大的趋势。Kriging 插值方法能够相对准确地估计不同空间点处的 q_t 值, 大部分数据点均位于预测曲面上或在预测曲面附近变化, 因此, Kriging 插值估计结果能够与实测资料形成较好的对比。另一方面, 在某些采样点处 q_t 变化剧烈, q_t 具有极大值或极小值。在这些采样点处, 预测值往往相应地偏小或偏大。这是由于连续的理论变差函数描述的是整个空间范围内自相关结构的变化规律。从某种程度上讲, 基于该理论变差函数的 Kriging

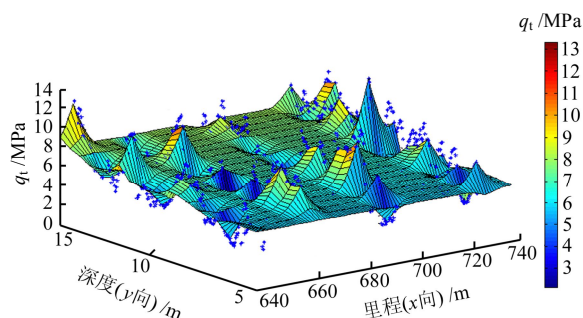


图4 研究区域 q_t 值的 Kriging 预测结果
Fig.4 Kriging estimates of q_t values at target site

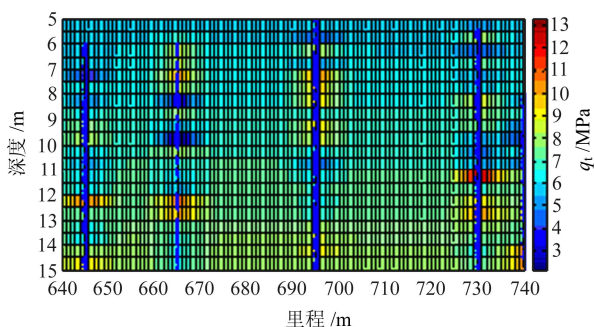


图 5 Kriging 预测结果平面投影
Fig.5 2D distribution of Kriging estimates of q_t values

插值是一种平滑估计, 也即更加符合整个空间的平均趋势, 而不是某些极值附近的波动规律, 因此可能会降低极值点处估计值的准确性。

从图 5 中还可以看出, 当未知点与已知点间距较大(里程为 710~720 m 处)时, Kriging 预测值表现出平缓的波动性, 这是由于土体的自相关性受到距离限制, 未知点与已知点间距过大时超出变程范围之后, 难以采用已知点观测值进行准确估计。此时, Kriging 插值算法往往给出接近于整个空间范围内平均值的估计结果。图 5 中当未知点远离测试剖面时预测值在趋势项附近平缓变化。一种提高预测可靠性的方法为增加测试资料, 因此, Kriging 插值方法能够为工程实践的补孔提供有用信息。

5 结 论

(1) 宿-新高速公路某试验段内的 q_t 具有随深度增加而增大的趋势, 然而随里程的变化并不显著, 可以通过移除二维线性趋势项获得具有弱平稳性的残差剖面。

(2) 指数型理论变差函数能够精确描述宿新高速公路某试验段内尖锥阻力 q_t 残差的空间变异性特征, 竖直向和水平向的变程分别约为 1.20 m 和 4.05 m, 表明土体空间变异性具有显著的各向异性。

(3) 普通 Kriging 插值能够准确地描述 q_t 在整个试验段空间范围内的整体变化规律, 提供未采样点处的最优线性无偏估计。然而, 当极值点变化剧烈或未知点远离采样点时, 估计值可靠度略微降低。

参 考 文 献

- [1] CHRISTIAN T J, BAECHER G. Unresolved problems in geotechnical risk and reliability[C]//Geo-Risk 2011. [S. l.]: [s. n.], 2011: 50—63.
- [2] PHOON K K, CHING J Y. Beyond coefficient of variation for statistical characterization of geotechnical parameters[C]//Keynote lecture of Geotechnical and Geophysical Site Characterization 4. Florida: CRC Press,

- 2012: 113—130.
- [3] JAKSA M B. Modeling the natural variability of over-consolidated clay in Adelaide, South Australia[C]//Proceedings of the Second International Workshop on Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils. London: Taylor and Francis, 2007: 2721—2751.
- [4] JONES A L, KRAMER S L, ARDUINO P. Estimation of uncertainty in geotechnical properties for performance-based earthquake engineering[R]. Berkeley: University of California, 2002.
- [5] DAWSON K M, BAISE L G. Three-dimensional liquefaction potential analysis using Geostatistical interpolation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2005, 25(5): 369—381.
- [6] MURAKAMI S, YASUHARA K, SUZUKI K, KOMINE H. Reliable land subsidence mapping using a spatial interpolation procedure based on geostatistics[J]. **Soils and Foundations**, 2006, 46(2): 123—134.
- [7] LEE W J, KIM D H, CHAE Y G, RYU D W. Probabilistic evaluation of spatial distribution of secondary compression by using Kriging estimates of geo-layers[J]. **Engineering Geology**, 2011, 122(3-4): 239—248.
- [8] SAFTNER D A, GREEN R A, HRYCIW R D, FADDEN M F, et al. Characterizing spatial variability of cone penetration testing through geostatistical evaluation[C]//GeoRisk 2011, Geotechnical Risk Assessment & Management. Atlanta, GA: [s. n.], 2011: 428—435.
- [9] DAsAKA S M, ZHANG L M. Spatial variability of in situ weathered soil[J]. **Géotechnique**, 2012, 62(5): 375—384.
- [10] CAI G J, LIU S Y, PUPPALA A J. Comparison of CPT charts for soil classification using PCPT data: Example from clay deposits in Jiangsu province, China[J]. **Engineering Geology**, 2011, 121(1-2): 89—96.
- [11] CAI G J, LIU S Y, PUPPALA A J. Liquefaction assessments using seismic piezocone penetration (SCPTU) test investigations in Tangshan region in China[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2012, 41: 141—150.
- [12] 李黎, 王永刚. 地质统计学应用综述[J]. 勘探地球物理进展, 2006, 29(3): 163—169.
LI Li, WANG Yong-gang. Review of application of geostatistics[J]. **Progress in Exploration Geophysics**, 2006, 29(3): 163—169.
- [13] JAKSA M B, BROOKER P I, KAGGWA W S. Inaccuracies associated with estimating random measurement errors[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1997, 123(5): 393—401.
- [14] CHILES J P, DELFINER P. Geostatistics: modeling spatial uncertainty[M]. New York: John Wiley & Sons, 1999.